**Арифметическая прогрессия** — это последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и некоторого фиксированного числа d:

a_{n+1}=a_n+d,(n=1,2,...).

Фиксированное число d называется разностью арифметической прогрессии.

Формула n-го члена арифметической прогрессии: a_{n}=a_1+(n-1)d.

Сумма первых nчленов арифметической прогрессии S_n=a_1+a_2+...+a_n вычисляется по формуле: S_n=\frac{(a_1+a_n)}{2} \cdot n=\frac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, есть среднее  арифметическое соседних: a_n=\frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}

*1. Максим решил накопить на айфон последней модели и 1 марта положил в копилку 10 рублей. С этого дня Максим ежедневно опускает в копилку на 10 рублей больше, чем в предыдущий день. Сколько рублей будет в копилке 31 мая, после того как Максим, как обычно, положит туда деньги?*

По условию, 1 марта в копилке у Максима 10 рублей.

2 марта Максим опускает в копилку на 10 рублей больше, чем в предыдущий день, то есть 20 рублей.

3 марта он добавляет еще 30 рублей,

4 марта 40 рублей,

5 марта 50 рублей.

Мы имеем дело с **арифметической прогрессией.**

В нашей прогрессии a_1=10, d=10. В марте 31 день, в апреле 30, в мае 31 день. Значит, n=31+30+31=92.

31 мая Максим положит в копилку a_{92}=a_1+(92-1)d=10+910=920 рублей.

Всего в копилке в этот день будет S_{92}=\frac{(a_1+a_n)}{2}\cdot 92=\frac{(10+920)}{2}\cdot 92=42780 рублей.

Видите, как удобно пользоваться формулами для вычисления n-ного члена и суммы арифметической прогрессии. Намного проще, чем складывать 92 слагаемых.

*2. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.*

Пусть улитка проползла в первый день a_1 метров, в последний – a_n метров, причем  a_1+a_n=10. Тогда за n дней она преодолела S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}=150  метров. Отсюда n=30

Ответ: 30

*3. Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней*

Это обычная задача на арифметическую прогрессию. В первый день Вася решил a_1=5 задач, в последний a_{14} задач. Запишем формулу для суммы арифметической прогрессии: S_{14}=\frac{(a_1+a_{14})14}{2}=434. Отсюда a_{14}=57

*4. Бригада маляров красит забор длиной 150 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 75 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.*

В первый день бригада покрасила a_1 метров забора, во второй a_2 метров, в последний a_n  метров.

По формуле суммы арифметической прогрессии: S_{n}=\frac{(a_1+a_{n})n}{2}=150.  По условию,  a_1+a_n=75. Отсюда n = 4.

**Геометрическая прогрессия**— это последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен произведению предыдущего члена и некоторого фиксированного числа q:

b_{n+1 }= b_{n}q \: \: \, \, (n = 1,2, ...).

Фиксированное число *q*называется знаменателем геометрической прогрессии.

Формула n-го члена геометрической прогрессии: b_n=b_1q^{n-1}

Формула суммы  S_n=b_1+b_2+...+b_n  первых членов геометрической прогрессии вычисляется по формуле:

S_n=b_1\frac{q^n-1}{q-1}

Квадрат каждого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению соседних:

b_n^2= b_{n-1}\cdot b_{n+1}

*1. На поверхности озера растут водоросли. За сутки каждая водоросль делится пополам, и вместо одной водоросли появляются две. Ещё через сутки каждая из получившихся водорослей делится пополам и так далее. Через 30 суток озеро полностью покрылось водорослями. Через какое время озеро было заполнено наполовину?*

Ответ парадоксальный: через 29 суток.

Эту задачу лучше всего решать «с конца». Вот перед вами заполненное водорослями озеро. Что было сутки назад? Очевидно, водорослей было в два раза меньше, то есть озеро было покрыто ими наполовину.

Каждый день водорослей в озере становилось в два раза больше, то есть их число увеличивалось **в геометрической прогрессии**.

*2. ЕГЭ) Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?*

Невелика была прибыль Бубликова в 2000 году. Зато каждый год прибыль увеличивалась на 300%, то есть в 4 раза по сравнению с предыдущим годом. Геометрическая прогрессия! Ищем ее четвертый член:

5000\cdot 4^3 = 320 000

*3. (Задача ЕГЭ) Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 3000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 6000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 200% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?*

Определим основные понятия задачи.

**Капитал компании** – совокупность всех средств, имеющихся у компании.

**Прибыль** – разница между доходом и расходом (затратами).

Если в 2002 году прибыль компании «Альфа» составляет 100% от капитала прошлого года, значит, за год капитал компании «Альфа» удвоился. Аналогично, капитал компании «Альфа» удваивается в 2003, 2004, 2005 и 2006 годах, то есть в 2006 году он составил 3000 \cdot 2^5 = 96 000  тысяч долларов.

Капитал компании «Бета» ежегодно увеличивается в 3 раза. В 2006 году он увеличился в 3^3=27  раз по сравнению с 2003 годом и составил  6000 \cdot 27 = 162000  долларов.

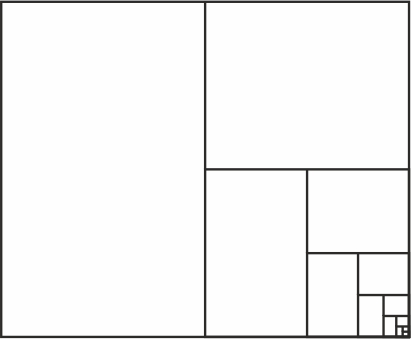
Это на 66 тысяч долларов больше, чем капитал компании «Альфа».

**Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия**

Геометрическая прогрессия, знаменатель которой |q| <1, называется бесконечно убывающей.

1;{{1}\over {2}};{{1}\over {4}};{{1}\over {8}};{{1}\over {16}}\dots  пример бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Чему же равна ее сумма?

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/07/04.jpg)

Нарисуем прямоугольник с площадью 1. Добавим к нему участки с площадью \frac{1}{2};\, \frac{1}{4};\, \frac{1}{8}...

К чему стремится площадь полученной фигуры при бесконечном увеличении n, то есть при добавлении все более мелких участков? Очевидно, к двум.

**Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии – число, которое находится по формуле:**

S=\frac{b_1}{1-q}